2023 年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（一）： 数学

	問題用紙の枚数	ページ番号
数学	２枚	1, 2

	解答用紙の枚数
数学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2022 年 8 月 23 日（火） 13:00～14:00

［数学］

1. 行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ について，以下の問に答えなさい．

(1) 固有値のひとつは 3 である．その他の固有値をすべて求めなさい．

(2) 行列$\mathbf{A}$を $\mathbf{P}^{-1}\,\mathbf{A}\,\mathbf{P}$ によって対角化するための行列 $\mathbf{P}$ を求めなさい．

2. ある工場で製造される製品を無作為に抽出して，欠陥の有無を検査する．欠陥がある事象を x, 欠陥がない事象を$\bar{x}$とする．また，検査により合格（欠陥がないと判定すること）とする事象を y，不合格（欠陥があると判定すること）とする事象を$\bar{y}$とする．この工場では，製品の全数に対する欠陥がある割合$P(x)$は 1%であることが過去の調査でわかっている．ここで，製品の検査に方法 A と方法 B を用いる．それぞれの方法の測定精度について，欠陥がある場合に合格とする割合は方法 A で 5%，方法 B で 10%であり，欠陥がない場合に不合格とする割合は方法 A で 20%，方法 B で 1%である．方法 A と方法 B について，不合格と判定された場合に製品に欠陥がある確率をそれぞれ求めなさい．

3. 次の積分の値を計算しなさい．

(1)

$$\int_0^1 xe^{2x}\,dx$$

(2)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x\,dx$$

4. 次の微分方程式の解を求めなさい.

(1)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$$

(2)

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = 2x^3 + x$$

2023 年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）： 構造力学

	問題用紙の枚数	ページ番号
構造力学	3 枚	1, 2, 3

	解答用紙の枚数
構造力学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2022 年 8 月 23 日（火） 9:30～10:30

［構造力学］

1. 図-1 に示すトラスについて，鉛直荷重 P が節点 C，E に作用する際の部材力 D を求めなさい．ただし，引張を正とする．

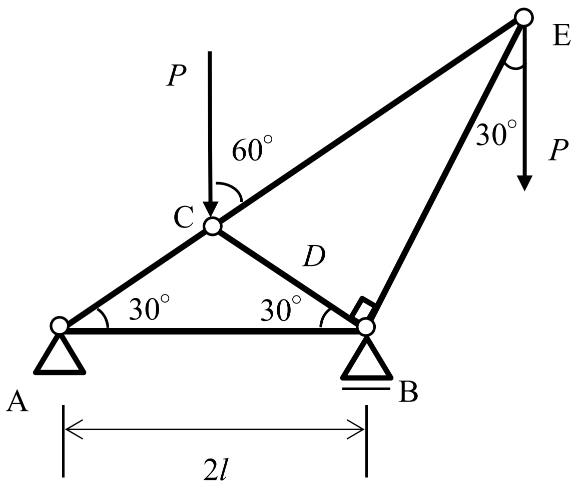


図-1　トラス

2. 図-2 に示すラーメン構造について，せん断力図及び曲げモーメント図を描きなさい．曲げモーメント図では，構造物の軸線に沿う破線の側に変形が凸となる曲げモーメントを正とする．また，各断面力図には正負を明示しなさい．

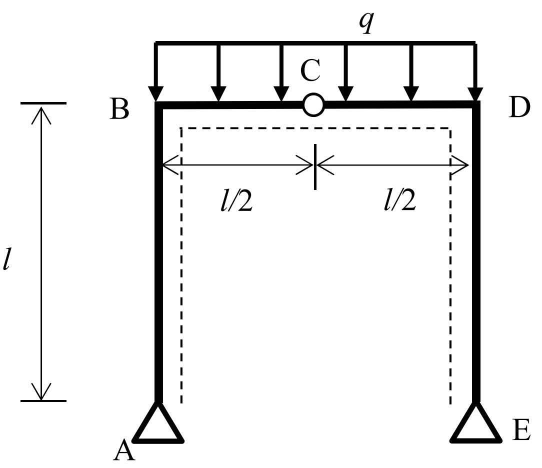


図-2　ラーメン構造

3．図-3 に示す 2 径間連続梁に関して以下の問に答えなさい．なお，この梁のヤング係数は E，断面二次モーメントは I とする．また，支点反力は鉛直上向きを正とする．

(1) C 点が δ だけ沈下したときの B 点の支点反力を求めなさい．

(2) A 点が δ だけ沈下したときの B 点の支点反力を求めなさい．

(3) A 点と C 点が同時に δ だけ沈下したときの B 点の支点反力を求めなさい．

(4) (3)のような沈下が生じたとき，B 点での支点反力を(3)の 0.5 倍となるように，C 点に強制的な変位を与えた．その変位量と方向を求めなさい．

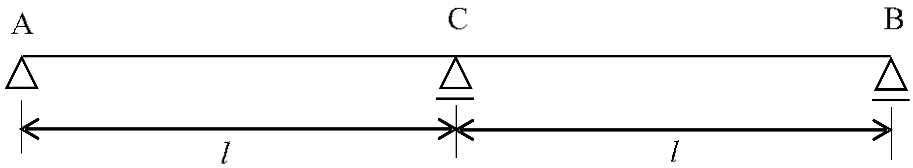


図-3　2 径間連続梁

［構造力学　最終ページ］

2023 年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）： 水理学

	問題用紙の枚数	ページ番号
水理学	4 枚	1, 2, 3, 4

	解答用紙の枚数
水理学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2022 年 8 月 23 日（火） 11:00～12:00

［水理学］

1. 図-1 のように紙面に直交する管水路に水銀を用いたマノメータが取り付けられている．管水路の水圧を p として，管中心と水銀面の高い方との高さの差を h_A (m)，マノメータの水銀面の高さの差を h_B (m)とするとき，以下の問に答えなさい．ただし，ρ は水の密度で 1000 kg/m^3，g は重力加速度で 10 m/s^2，水銀の比重を 13.6 とする．

(1)　管水路の水圧を求めるための式を記号を用いて表しなさい.

(2)　h_A が 0.1 m，h_B が 0.2 m のとき，管水路の水圧を単位付きで答えなさい.

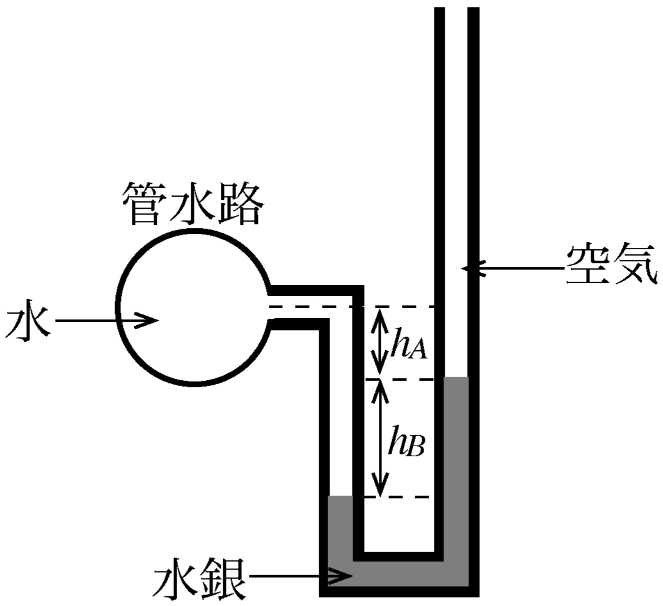


図-1　マノメータ

2. 図-2 のように水槽 A と水槽 B が収縮管の収縮部を通じて接続されており，収縮管からは流量 Q で大気中に自由放水されている．ここで，収縮管の中心から水槽 A の水面までの高さ H_1 = 1.0m のとき，水槽 B の水位は H=2.0m となった．収縮前後の管径を D_1，収縮部の管径を D_2，収縮管の中心と水槽 B の底面の高低差を L として以下の問に答えなさい. ただし, 水は完全流体と仮定し, L = 5.0m, D_2 = 0.1m, 重力加速度は g = 9.8m/s^2, 円周率はπ = 3.14 とする.

(1) D_1 を求めなさい.

(2) Q を求めなさい.

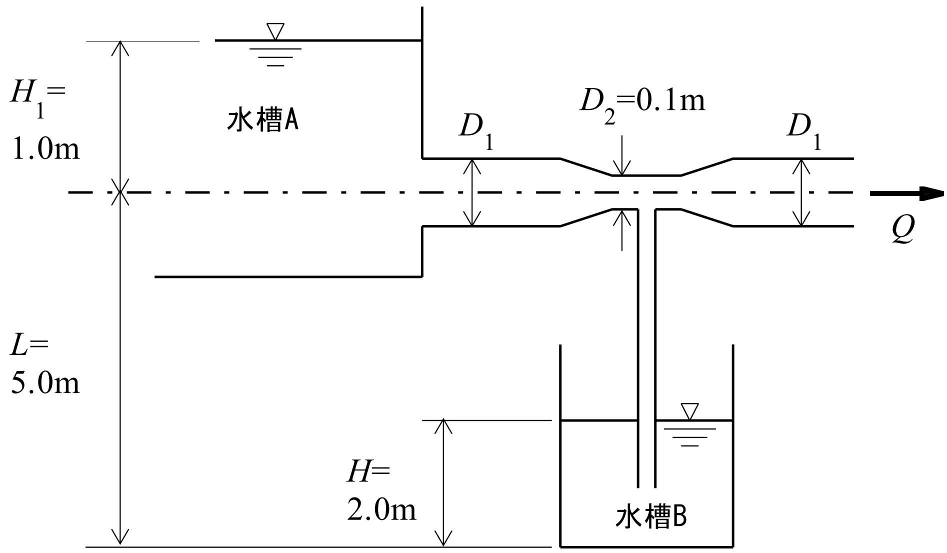
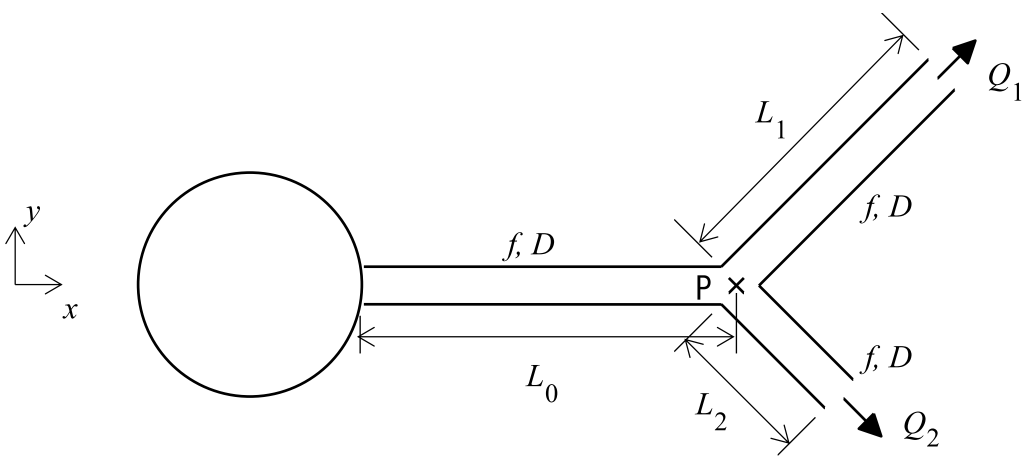


図-2　水槽 A，B と収縮管からの自由放水

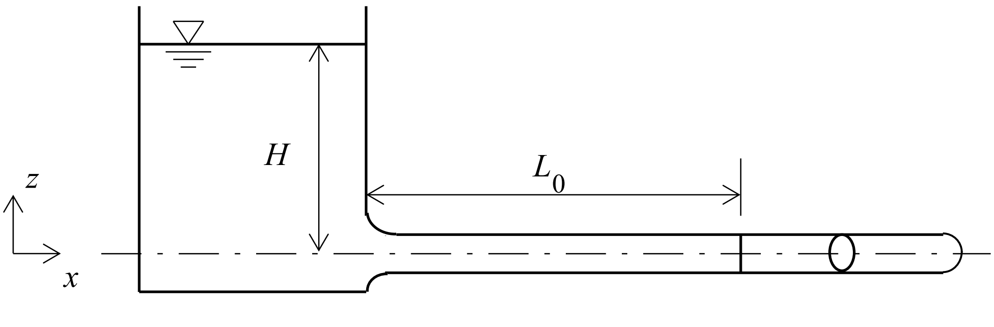
3. 図-3(a)，(b) のように水位 H に保たれた貯水タンクから，点 P において水平面内に 2 方向に分岐している管路を通じて大気中に自由放水されている．分岐前の管長を L_0，分岐後の管長をそれぞれ L_1，L_2，管径を D，摩擦損失係数を f，流出量を Q_1，Q_2 として以下の問に答えなさい．ただし，$H = 3$ m，$L_0 = 100$ m，$L_1 = 80$ m，$L_2 = 30$ m，$D = 0.2$ m，$f = 0.02$ とし，重力加速度は $g = 9.8$ m/s^2，円周率は $\pi = 3.14$ とする．また，管路の摩擦損失以外の損失は無視する．

(1) $\dfrac{Q_2}{Q_1}$ を求めなさい．

(2) Q_1，Q_2 を求めなさい．



(a) 平面図



(b) 立面図

図-3　分岐した管路からの自由放水

4. 図-4 は長方形断面水路を上から見た平面図である．この水路は水平な水路床をもち，水路幅 B (m)の一部が狭くなっている．この水路を流れる定常な開水路流について以下の問に答えなさい．ただし，エネルギー損失は無視し，流量は Q (m^3/s)，水深は h (m)，重力加速度は g (m/s^2)で表しなさい．

(1) 開水路の全水頭 E (m)を Q, g, h, B を使って表しなさい．

(2) フルード数 Fr を Q, g, h, B を使って表しなさい．

(3) 全水頭を流下距離 x (m)で微分した dE/dx を, $Fr, h, dh/dx, B, dB/dx$ を使って表しなさい．

(4) 水路に射流が流れているとき，水路幅が狭くなっている部分の水深 h_n と，水路幅が広い部分の水深 h_w の大小について，理由をつけて比較しなさい．

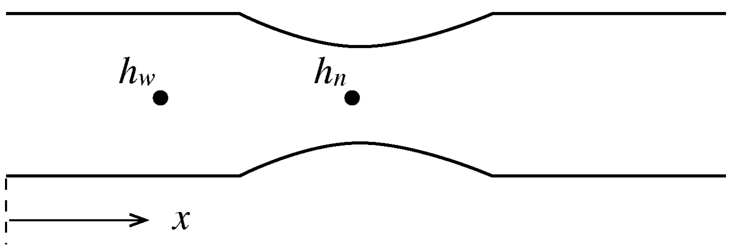


図-4　一部が狭くなっている長方形断面水路の平面図

2023 年度

神戸大学大学院工学研究科　博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）：土質力学

	問題用紙の枚数	ページ番号
土質力学	3 枚	1, 2, 3

	解答用紙の枚数
土質力学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2022 年 8 月 23 日（火）　14:30～15:30

［土質力学］

1. ある盛土の締固め度を調べるために，地表面に掘った穴の中に薄いビニールシートを入れ，この中に水を流し込んで穴の容積を測定したところ，V=5200 cm^3 であった．また，掘り出した土の質量は m=9450 g，含水比は w=18.0 %であった．この土の土粒子密度を ρ_s=2.65 g/cm^3 として，次の問に答えなさい．ただし，水の密度を ρ_w=1.00 g/cm^3 とする．

(1) この土の湿潤密度 ρ_t (g/cm^3)，および飽和度 S_r (%)を求めなさい．

(2) この土を用いて室内にて締固め試験を行った結果，最大乾燥密度は $\rho_{d\ max}$=1.70 g/cm^3 であった．この盛土の締固め度 C_d (%)を求めなさい．

(3) この盛土が降雨などによって飽和した場合，湿潤密度（飽和密度）ρ_{sat} (g/cm^3)を求めなさい．ただし，飽和しても土の体積は変化しないものとする．

2. 図-1 に示すような円筒内において土試料の浸透試験を実施した．以下の問に答えなさい．ただし，土試料の土粒子密度をρ_s=2.65 g/cm^3，水の密度をρ_w=1.00 g/cm^3，重力加速度をg=9.81 m/s^2，間隙比をe=0.45 とする．

(1)　この土試料の限界動水勾配 i_c を求めなさい．

(2)　いま，土試料上面からの水位 h=45 cm に保った場合，クイックサンドが起こらないようにするためには，土試料の表面にいくらの押さえ荷重 q (kN/m^2)が必要となるか求めなさい．

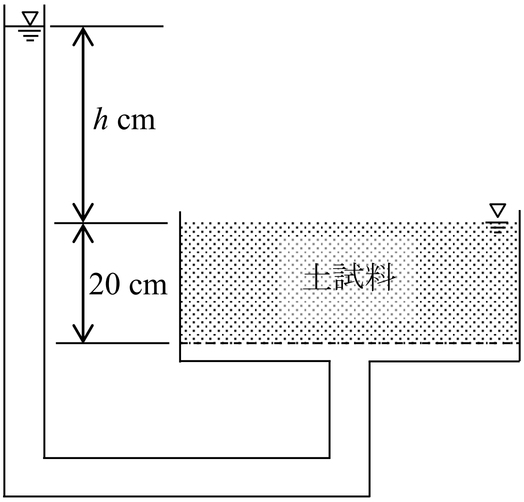


図-1　浸透試験装置

3. 練り返した粘土試料からなる飽和供試体を作製し，圧密非排水三軸圧縮せん断試験を行った．供試体は，せん断前に 100 kPa まで等方圧密され，正規圧密状態にあった．せん断過程では，側圧 σ_r を一定に保った状態で軸ひずみ ε_a を付与し，軸圧 σ_a と間隙水圧 u を計測した．せん断過程での軸圧と間隙水圧の変化を図-2 に示す．図中，点 F は破壊状態を示しており，このときの軸圧は 164 kPa，間隙水圧は 61 kPa であった．以下の問に答えなさい．

(1) 破壊時の有効応力を求めなさい．有効軸圧 σ'_a と有効側圧 σ'_r の両方を解答すること．
(2) 破壊時における有効応力表示のモールの応力円を描きなさい．また，モール・クーロンの破壊線も図示したうえで，有効内部摩擦角 ϕ' を求めなさい．ただし，有効粘着力 c' はゼロとする．
(3) 破壊時の間隙水圧係数 A_f を求めなさい．
(4) 強度増加率を求めなさい．
(5) 図-2のせん断過程の点Aに注目する．点Aでの軸圧は148 kPa, 間隙水圧は46 kPaである．点Aの状態から，軸圧と側圧の両方を一定に保ったまま間隙水圧を上昇させると，やがて，供試体は破壊状態に至る．応力状態がモール・クーロンの破壊規準を満足するとき破壊状態に至ると仮定し，破壊時の間隙水圧を求めなさい．

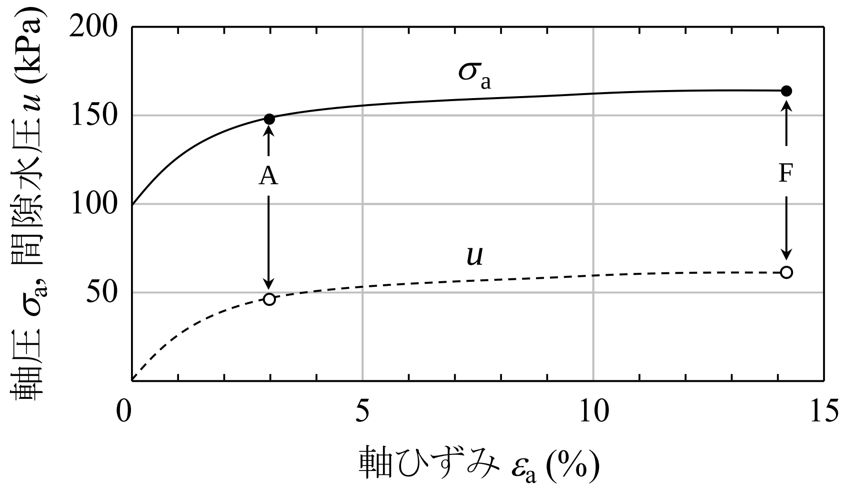


図-2　軸圧と間隙水圧の変化

［土質力学　最終ページ］

2023 年度

神戸大学大学院工学研究科　博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）：土木計画学

	問題用紙の枚数	ページ番号
土木計画学	4 枚	1, 2, 3, 4

	解答用紙の枚数
土木計画学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2022 年 8 月 23 日（火）　16:00～17:00

［土木計画学］

1. 以下の線形計画問題を考える．

$$\max_{x_1, x_2} 3x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 \le 2$$
$$3x_1 + 5x_2 \le 7$$
$$x_1 + 5x_2 \le 6$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

(1) 図解法を用いてこの問題を解き， x_1, x_2 の最適値を求めなさい．

(2) 目的関数における x_2 の係数が Δc だけ変化して $4+\Delta c$ になった状況を考える．このとき，図解法において用いた目的関数を表す直線の傾きが変化する．この性質を踏まえ， x_1, x_2 の最適値が(1)の解から変化しないような， Δc の範囲を求めなさい．

2. 図-1 に示すように，二都市 A, B 間が二本の車道（道路 1，道路 2）により結ばれている．道路の交通量が増加すると交通混雑が悪化するため，道路の通過に要する旅行時間は長くなる．道路 1, 2 の旅行時間をそれぞれ t_1, t_2 (分)で表し，道路 1, 2 の交通量をそれぞれ x_1, x_2 (台)で表すとき，

$$t_1 = 30 + 0.01x_1 \quad (2\text{-}1)$$

$$t_2 = 40 + 0.015x_2 \quad (2\text{-}2)$$

という関係が成立する．道路の管理者は，これらの道路を利用する車の総旅行時間が最小化されるように，各道路の交通量を制御することを考えている．以上の前提の下で，以下の問に答えなさい．

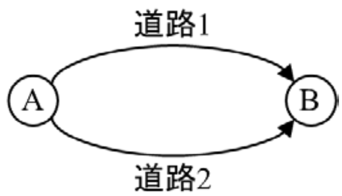


図-1　二都市 A, B 間を結ぶ二本の道路

(1) 都市 A から B に向かう一日の総交通量Qが 1000 台である状況を考える．これらの車の総旅行時間Tを最小化するような，道路 1, 2 の交通量x_1, x_2を求める問題を定式化したい．以下の文章はこの問題の定式化に関する文章であるが，数式の一部が空欄となっている．空欄[(a)]から[(k)]に入る適切な数値を答えなさい．

総旅行時間は$T = t_1x_1 + t_2x_2$と表せる．この式のt_1, t_2に式(2-1), (2-2)を代入すると，総旅行時間はx_1, x_2の関数として，

$$T = [\ (a)\ ]x_1 + [\ (b)\ ]x_1^2 + [\ (c)\ ]x_2 + [\ (d)\ ]x_2^2 \qquad (2\text{-}3)$$

と表せる．これがこの問題の目的関数である．次に，この問題の制約条件を考える．各道路の交通量が負になることはできないので，

$$x_1 \geq [\ (e)\ ],\ x_2 \geq [\ (e)\ ] \qquad (2\text{-}4)$$

が成り立つ．総交通量が 1000 台であることから，

$$x_1 + x_2 = [\ (f)\ ] \qquad (2\text{-}5)$$

が成り立つ．以上がこの問題の制約条件である．変数の数は少ない方が分析を行いやすいため，式(2-5)を式(2-3), (2-4)に代入してx_2を消去すると，Tを最小化するようなx_1を求める最適化問題を以下のように定式化できる．

$$T = \min_{x_1} [\ (g)\ ] - [\ (h)\ ]x_1 + [\ (i)\ ]x_1^2 \qquad (2\text{-}6)$$

$$\text{s.t. } x_1 \geq [\ (j)\ ],\ x_1 \leq [\ (k)\ ]$$

(2) (1)で定式化した問題(2-6)の Karush-Kuhn-Tucker (KKT)条件を書きなさい．

(3) (1)で定式化した問題(2-6)を解き，x_1の最適値を求めなさい．

(4) (1)-(3)では都市 A から B に向かう一日の総交通量Qが 1000 台である状況を考えた．しかし，総交通量には日によってばらつきがあり，実数区間$0 \leq Q \leq 1000$の任意の値を取り得ることがわかっている．そこで，どのような総交通量が実現しても最適な制御ができるように，総旅行時間Tを最小化する道路 1 の交通量を，Qの関数$x_1^*(Q)$として求めたい．この関数$x_1^*(Q)$ $(0 \leq Q \leq 1000)$を求めなさい．

3. 神戸市のとある飲食店 A への来客の時間間隔が平均的に 1 時間あたり 9 人であったとする．今，当該時間間隔を示す確率変数 X が従う分布を正のパラメータ λ (人/分) を持つ指数分布で表すことを考える．このとき，次の問に答えなさい．

(1) X が指数分布に従うとき，$X = x$ となる確率密度関数 $f(x)$ は，次式で与えられる．

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

このとき，X の累積分布関数 $F(x)$を導出しなさい．

(2) 期待値 $E[X]$を導出しなさい．ただし，$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{e^x}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{e^x}\right) = 0$ は証明無しで用いてよい．

(3) λの値を求め，ある1人の来客があった後，次の1人の来客があるまでに 5 分以上かかる確率を求めなさい．

(4) 本設問では，飲食店への来客の時間間隔をパラメータ λ (人/分) を持つ指数分布によりモデル化したが，このようなモデルを現実の飲食店の売り上げ検討に用いるには問題があると思われる．その理由を 2 つ述べなさい．

4. 1 ヶ月に交通事故が平均的に 5 件発生する地区 B で，交通事故削減のためのハード施策（例：ハンプの設置）を実施したところ，交通事故件数が年あたり 40 件となった．あなたは政策担当者として，地区 B における当該施策導入効果の統計学的な検証を試みる．

地区 B における 1 ヶ月の交通事故件数は，ポアソン分布に従うと仮定する．ポアソン分布には再生性がある．すなわち，n 個の確率変数 X_1, ⋯, X_n がそれぞれ互いに独立なポアソン分布 $Po(\lambda_k)$, $k = 1$, ⋯, n に従うとき（λ_k は期待値），確率変数の和 $X = X_1 + \cdots + X_n$ も，期待値を $\bar{\lambda} = \lambda_1 + \cdots + \lambda_n$ とする同分布：$X \sim Po(\bar{\lambda})$ に従う．したがって，ポアソン分布の再生性により，年間の交通事故件数もポアソン分布に従う．このとき，次の問に答えなさい．ただし，交通事故の期待値の月変動は無視できるものとする．

(1) 施策後の月あたりの交通事故件数 Y が期待値をλとするポアソン分布に従う

と仮定したとき，施策後の年あたりの交通事故件数 X が従う分布の期待値 $\bar{\lambda}$ を，λを用いて表しなさい．

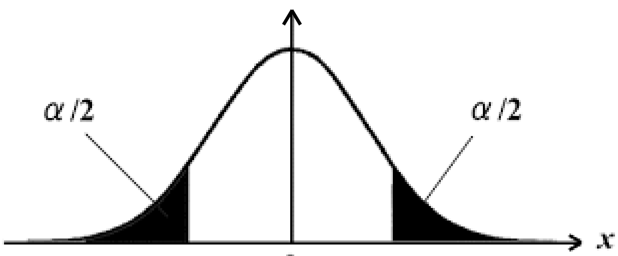
(2) (1) の X が従う分布の標準偏差をλを用いて表しなさい．

(3) $\bar{\lambda}$が十分に大きく，年あたりの交通事故件数は，正規分布で近似できるとする．このとき，年あたりの交通事故件数の削減効果に関する適切な帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を設定し，1％の有意水準で片側検定しなさい．ただし，必要に応じて，表-1 の標準正規分布表を用いなさい．

表-1：標準正規分布表（両側確率）

α	z
0.005	2.807
0.01	2.576
0.02	2.326
0.025	2.241
0.05	1.960
0.10	1.645

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}$$



［土木計画学　最終ページ］