2022 年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（一）： 数学

	問題用紙の枚数	ページ番号
数学	1 枚	1

	解答用紙の枚数
数学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2021 年 8 月 23 日（月） 13:00～14:00

［数学］

1. 確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$が次式で与えられているとき，以下の問に答えなさい．ただし，k は定数とする．

$$f(x)=\begin{cases} kx(5-x) & (0 \le x \le 5) \\ 0 & (x<0,\quad 5<x) \end{cases}$$

(1) k の値を求めなさい．

(2) $X \ge 3$となる確率を求めなさい．

(3) 期待値 $E(X)$と分散 $V(X)$を求めなさい．

2. 行列 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$に関して，ある行列 $\mathbf{P}$ を用い $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ のように計算されるとき，以下の問に答えなさい．

(1) a の値を求めなさい．

(2) 行列 $\mathbf{P}$ を求めなさい．

3. $f(x,y)=\dfrac{x+5y}{x^2+2y^2+1}$ とするとき，xy 平面上で，原点$(0,0)$から点$(1,1)$に至る線分 C: $y=x$ に沿う f の線積分の値$\int_C f(x,y)ds$ を求めなさい．

4. 以下の常微分方程式の一般解を求めなさい．

$$3x\frac{dy}{dx}=x+5y$$

［数学　最終ページ］

2022 年度

神戸大学大学院工学研究科　博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）：構造力学

	問題用紙の枚数	ページ番号
構造力学	3 枚	1, 2, 3

	解答用紙の枚数
構造力学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2021 年 8 月 23 日（月）　9:30〜10:30

［構造力学］

1. 図-1 に示すトラスについて，部材力 D, L, U を求めなさい．ただし，引張を正とする．

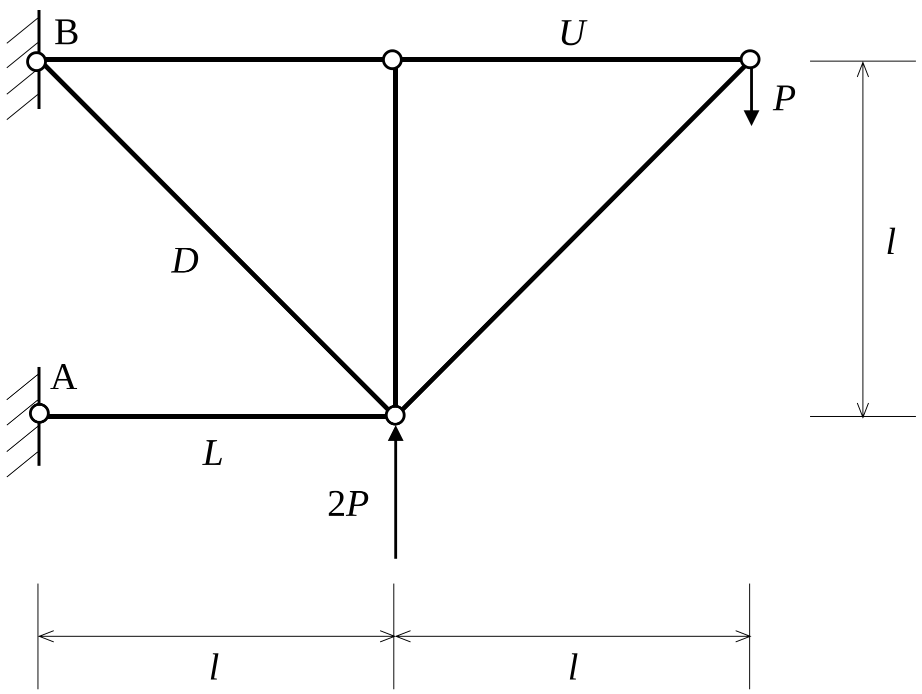

図-1　トラス

2. 図-2 に示すラーメン構造について，せん断力図及び曲げモーメント図を描きなさい．ただし，$P = ql$ とする．曲げモーメント図では，構造物の軸線に沿う破線の側に変形が凸となる曲げモーメントを正とする．また，各断面力図には正負を明示しなさい．

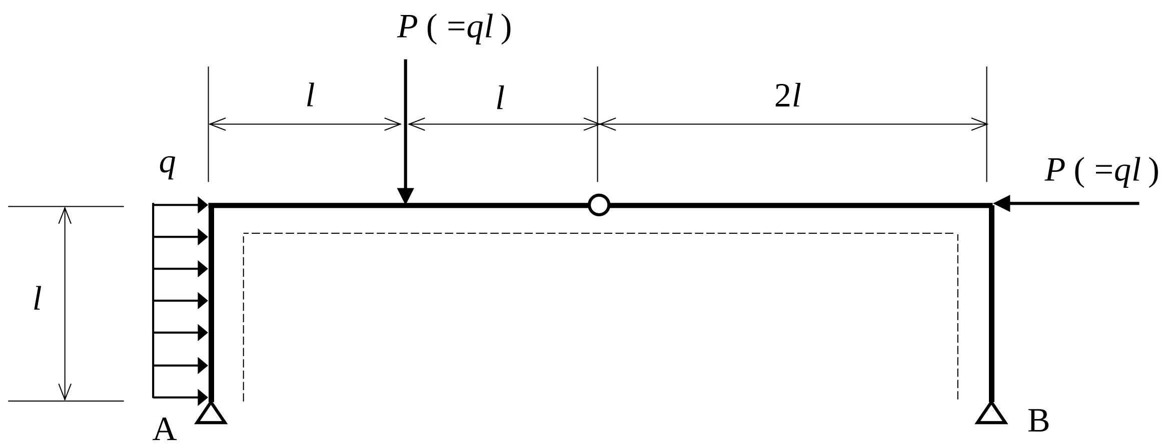

図-2　ラーメン構造

3. はり構造のたわみに関する以下の問に答えなさい．ただし，はりの弾性係数を E，断面2次モーメントを I とする．

(1) 図-3.1 の構造において，点 A に右回りのモーメント荷重 M が作用し，点 D に鉛直下向きの集中荷重 P が作用している．この構造のたわみ曲線 $v(x)$を求めなさい．また，点 B におけるたわみδ_{B}を求めなさい．

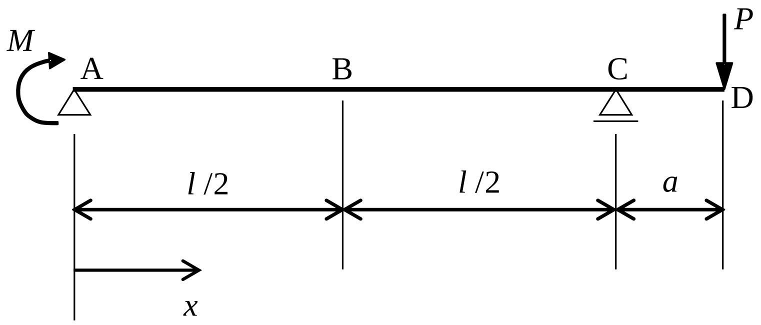

図-3.1　モーメント荷重と集中荷重を受けるはり構造

(2) 図-3.2 の構造において，点 D におけるたわみδ_{D}を求めなさい．

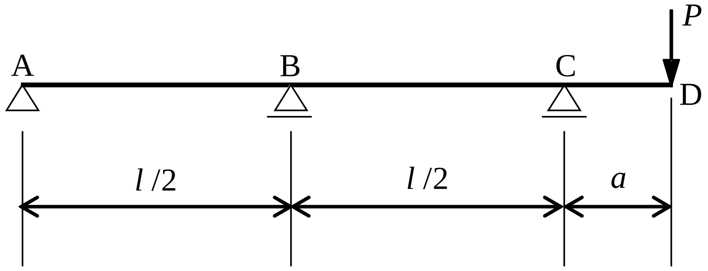

図-3.2　集中荷重を受けるはり構造

［構造力学　最終ページ］

2022 年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）： 水理学

	問題用紙の枚数	ページ番号
水理学	4 枚	1, 2, 3, 4

	解答用紙の枚数
水理学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2021 年 8 月 23 日（月） 11:00～12:00

［水理学］

1. 図-1 に示すように，一辺の長さが L の立方体が水中に浮かんでいる．この時以下の問に答えなさい．ただし，水の密度を ρ_w，立方体の密度を ρ_c，重力加速度を g としなさい．

(1) 浮体の喫水深 H を求めなさい．

(2) 浮体の安定条件を求めなさい．

(3) 浮体が不安定になる場合の立方体の密度 ρ_c を水の密度 ρ_w との関係から求めなさい．

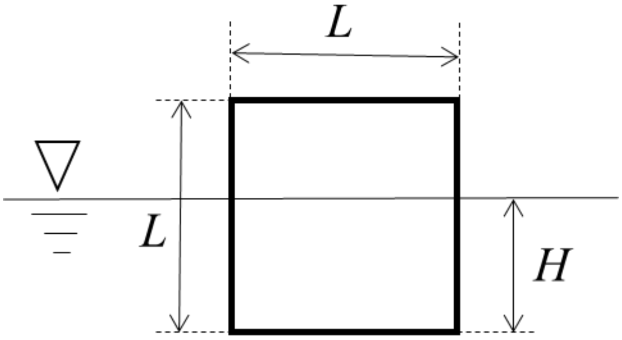

図-1　浮体（立方体）模式図

2. 長方形断面で流下方向に十分に長く川幅 50 m の河川がある．この河川流はマニングの流速公式で等流近似ができ，広幅長方形断面の仮定が成立するとして，以下の問に答えなさい．ただし，流量が 100 m^3/s，マニングの粗度係数を 0.03，重力加速度 g を 10 m/s^2 とする．

(1) 河床勾配が 1/1000 の場合に等流水深，限界水深を求め，この流れは常流か射流か答えなさい．

(2) この河川の限界勾配を求めなさい．この際，限界勾配について短く説明しなさい．

(3) (1)の流れの中に直径 0.5 m，高さ 1.8 m の円柱を流れに垂直においた場合に，この円柱が受ける流れ方向の抗力 D を求めなさい．ここで，D (N)は

$$D = C_D A_D \frac{\rho U^2}{2}$$

ここに，C_D は抗力係数で 1.0，A_D (m^2) は流れに垂直な面への物体の投影面積，ρ (kg/m^3)は水の密度 1000 kg/m^3, U を流速(m/s)とする．

3. 図-2 のような管路の流れについて，出口 C から放出される水が地上に着水する位置を求めなさい．ただし出口 C を 0 m として，右側を正とするような水平座標 y を設定して，以下の問にそって求めなさい．

また，管 AB，管 BC は円管であり，管 AB の断面積は 30 cm^2 である．水の密度は 1000 kg/m^3，重力加速度 g は 10 m/s^2 として計算しなさい．

ここで，貯水槽は十分に大きく水位は変化しない．エネルギー補正係数 α =1.0，摩擦抵抗係数 f = 0.03，入口損失係数 f_e = 0.3，出口損失係数 $f_o = \alpha$，急拡損失は以下に表す式で計算するものとする．

管 AB と管 BC の間の急拡損失を求める式：

$$h_s = \xi_s \frac{v_{AB}^2}{2g}, \qquad \xi_s = \left(1 - \frac{a_{AB}}{a_{BC}}\right)^2$$

ただし，h_s は急拡損失水頭，ξ_s は急拡損失係数，v_{AB}，a_{AB}，a_{BC} はそれぞれ，管 AB の流速，管 AB の断面積，管 BC の断面積である．

(1) 管 BC の断面積が 50 cm^2 である場合に出口 C での流速を求めなさい．

(2) 管 BC の断面積が 50 cm^2 である場合に，管路の水が地上に着水する位置 y を求めなさい．

(3) 管 BC の断面積を x (cm^2)とする．ただし，30 cm^2 < x < 50 cm^2 である．その際の管路の水が地上に着水する位置 y を x の関数として求めなさい．

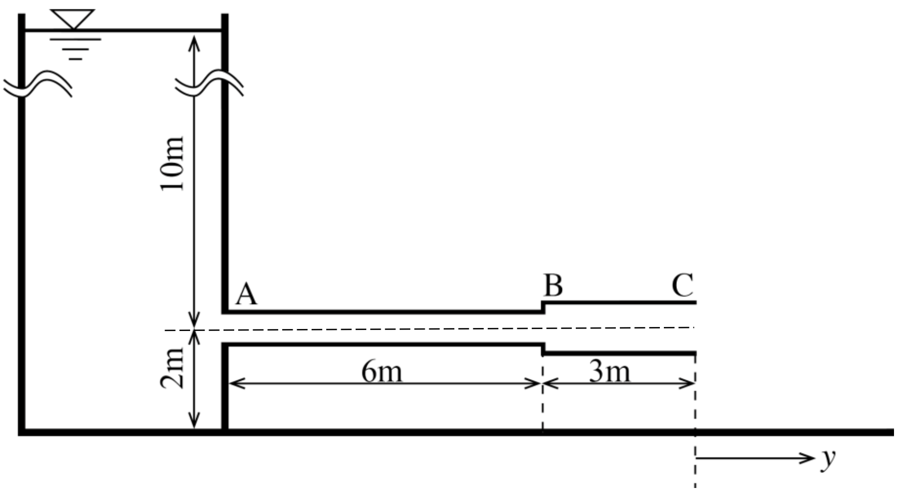

図-2　管路

4. 粘性底層での流速の変化を求める以下の問に答えなさい．ただし，x 方向を流れにそった座標，z 方向を水路床に対し鉛直上向きにとった座標で水路床では $z=0$ とする．ρ は水の密度，g は重力加速度，$\bar{u}$ を流速とする．

(1) 動粘性係数 ν と粘性係数 μ との関係を表しなさい.

(2) せん断力 τ_0 と摩擦速度 U_* との関係を表しなさい.

(3) 以下の文章で（ ア ）に入る言葉を答えなさい.

「粘性底層では（ ア ）応力が支配的になる.（ ア ）応力が支配的になった流体の式は以下のようになる．」

$$\tau_0 = \mu \frac{d\bar{u}}{dz}$$

(4) (3)の微分方程式を解いて $\bar{u}$ の分布を求めるためには滑面の壁面との付着条件を用いる.

付着条件を式で表しなさい.

(5) (3) の式を(4)で表した境界条件のもとで解き，$\bar{u}$ の分布を求めなさい.

その際，摩擦速度 U_* と動粘性係数 ν を使って，項が無次元になるようにしなさい.

［水理学　最終ページ］

2022 年度

神戸大学大学院工学研究科　博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）：土質力学

	問題用紙の枚数	ページ番号
土質力学	3 枚	1, 2, 3

	解答用紙の枚数
土質力学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2021 年 8 月 23 日（月） 14:30～15:30

［土質力学］

1. 土粒子比重が 2.75 の土試料がある．水の密度を 1.00 g/cm^3 として次の問に答えなさい．

(1) 含水比 12 %の土試料 756 g と含水比 15 %の土試料 805 g を混ぜ合わせ，1000 cm^3 の体積にした．混ぜられた土試料の含水比，飽和度，乾燥密度をそれぞれ求めなさい．

(2) (1)の土試料をほぐし，いくらかの乾燥試料と水を加えて混ぜ合わせることによって，その全てを 1000 cm^3 の体積にしたときの土試料の含水比が最適含水比になるようにしたい．土試料の最適含水比は 20 %，最大乾燥密度は 1.65 g/cm^3 である．加えるべき乾燥試料と水の質量をそれぞれ求めなさい．

2. 図-1 に示すように，上下を砂層と砂岩層で挟まれた厚さ 5 m の粘土層がある．砂層の厚さは 5 m であり，その湿潤単位体積重量と飽和単位体積重量は，それぞれ 16 kN/m^3 と 19 kN/m^3 である．また，粘土層の飽和単位体積重量は 18 kN/m^3 である．水の単位体積重量を 10 kN/m^3 として，以下の問いに答えなさい．ただし，ここでは鉛直方向一次元問題を考える．

(1) 図-1 に示すように，地下水位が地表面下 1 m，砂岩層の圧力水頭が地表面上 2 m にあって定常状態にあるとき，粘土層の上端点 a と下端点 b での全応力と間隙水圧の値をそれぞれ求めなさい．

(2) 地下水を汲み上げ，地下水位を地表面下 3 m まで下げた．砂層と砂岩層の透水性は十分に大きく，過剰間隙水圧が発生しない．また，砂岩層の圧力水頭は(1)と同じままである．汲み上げ直後における粘土層の上端点 a と下端点 b での全応力と間隙水圧の値をそれぞれ求めなさい．ただし，「汲み上げ直後」とは，地下水位の下降によって粘土層に生じる過剰間隙水圧が全く消散しない程度の短時間を意味する．また，地下水の汲み上げによって変形は生じないものとする．

(3) 地下水位を地表面下 3 m まで下げた後，十分な時間が経過し，粘土層の過剰間隙水圧が完全に消散した．過剰間隙水圧の消散の前後で粘土層の有効応力分布は変化するが，粘土層内の点 c では有効応力変化が生じなかった．この時，点 b から点 c までの距離を求めなさい．

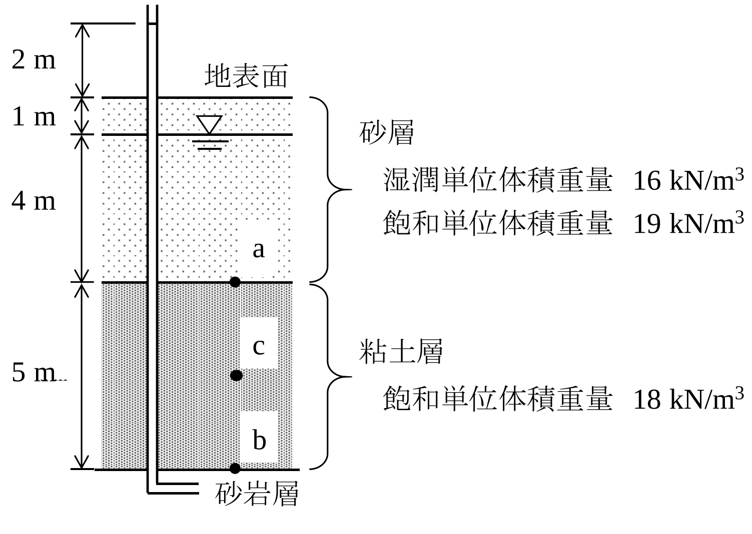

図-1　地盤の模式図

3. 初期状態において鉛直方向有効主応力σ'_{v0}，水平方向有効主応力σ'_{h0}（$<\sigma'_{v0}$），間隙水圧p_{w0}を持ち，安定的につり合い状態にある飽和土要素を考える．この土要素に，鉛直方向に全応力増分$\Delta\sigma_v$水平方向に全応力増分$\Delta\sigma_h$を作用させたところ，その土要素は破壊に達した．以下の問に答えなさい．ただし，土要素の破壊は Mohr-Coulomb の規準（$\tau = c + \sigma \tan\phi$）に従うとする．ここに，$\tau$はせん断応力，$\sigma$は直応力，$c$と$\phi$は土のせん断強度定数であり，それぞれ粘着力と内部摩擦角である．また，全応力増分の作用によって主応力の回転は生じていない．

(1) Mohr-Coulomb の規準を破壊時の最大主応力σ_{1f}と最小主応力σ_{3f}および，cとϕで書き表しなさい．

(2) 鉛直方向に全応力増分$\Delta\sigma_v$，水平方向に全応力増分$\Delta\sigma_h$が作用した時，間隙水の移動が生じずに，その土要素は破壊に達した．破壊時の間隙水圧をp_{wf}とおいて，

a) 破壊時の Skempton の間隙水圧A_fをp_{w0}，$\Delta\sigma_v$，$\Delta\sigma_h$とp_{wf}で表しなさい．

b) 非排水せん断強度s_uをσ'_{v0}，σ'_{h0}，$\Delta\sigma_v$，$\Delta\sigma_h$で表しなさい．

c) この土要素の有効内部摩擦角をϕ'とするとき，$\sin\phi'$をσ'_{v0}，σ'_{h0}，$\Delta\sigma_v$，$\Delta\sigma_h$，A_fで表しなさい．ただし，有効粘着力c'はゼロとする．

d) この土要素と同じ応力状態にありながら，Skempton の間隙水圧A_fが小さい別の土要素では，非排水せん断強度s_uと有効内部摩擦角ϕ'は，この土要素と比べてどのようになるか，論じなさい．

e) この土要素に作用している最大せん断応力$\tau_{\max}$をσ'_{v0}，σ'_{h0}，$\Delta\sigma_v$，$\Delta\sigma_h$で表しなさい．さらに，この最大せん断応力が作用している面は，最大主応力面から反時計回りにどれだけ傾いているか．その角度を答えなさい．

(3) この土要素に作用する鉛直方向の全応力増分$\Delta\sigma_v$，水平方向の全応力増分$\Delta\sigma_h$において，$\Delta\sigma_v = 0$に保ったまま，土要素内の初期の水平方向有効主応力σ'_{h0}を減じるように，$\Delta\sigma_h$を作用させていくと，土要素は破壊に達する．このときの土要素の破壊時の水平方向全応力σ_{hf}をσ'_{v0}，p_{w0}とせん断強度定数cとϕで表しなさい．

［土質力学　最終ページ］

2022 年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程入学試験

市民工学専攻

専門科目（二）：土木計画学

	問題用紙の枚数	ページ番号
土木計画学	4 枚	1, 2, 3, 4

	解答用紙の枚数
土木計画学	4 枚

ただし，計算用紙を 1 枚配付

試験日時：2021 年 8 月 23 日（月） 16:00～17:00

［土木計画学］

1. ある被災地では 3 件の復興事業 P1，P2，P3 を計画している．事業 P1，P2，P3 の事業規模を表す指標をそれぞれ変数 x_1，x_2，x_3（$x_1 \geq 0$，$x_2 \geq 0$，$x_3 \geq 0$）で表す．x_1，x_2，x_3 を用いると，住民の生活再建の指標 z は，

$$z = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

のように表されるものとする. 復興事業を進めるためには, 2 種類のタイプの技術者 E1, E2 が事業に従事する必要がある．必要となる技術者の延べ人数は，以下のように，x_1，x_2，x_3 の一次式で表すことができる．

$$\text{E1 の必要延べ人数：} 2x_1 + x_2 + x_3 \ \text{（人）}$$

$$\text{E2 の必要延べ人数：} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 \ \text{（人）}$$

この被災地が雇用可能な技術者の延べ人数には上限があり，E1 の延べ人数が 80 人，E2 の延べ人数が 210 人である．以上の前提の下で，以下の問に答えなさい．

(1) 雇用可能な技術者の延べ人数の制約の範囲内において，住民の生活再建指標 z を最大化するような，x_1，x_2，x_3 を求める線形計画問題を定式化しなさい．ただし，雇用する技術者の延べ人数が，整数になる必要はないものとする．

(2) (1)で定式化した問題を解き，変数 x_1，x_2，x_3 と生活再建指標 z の最適値を求めなさい．

(3) (1)で定式化した問題の双対問題を定式化しなさい．

(4) (3)で定式化した双対問題の変数の最適値を求めなさい．

(5) この被災地が雇用可能な E1 の延べ人数の上限が 80 人から 81 人に増加したとき，生活再建指標 z の最適値の増加量を答えなさい．ただし，この変化は(1)で定式化した問題の最適な基底変数の組み合わせを変化させないと考えて良い．

2. 変数 x_1，x_2 の関数 $f(x_1, x_2)$ が以下のように与えられている．

$$f(x_1, x_2) = 4x_1\left(2 + \frac{x_1}{x_2}\right) + x_2 - 60\ln x_1$$

この関数の定義域は $x_1 > 0$，$x_2 > 0$ である．この関数を最小化する x_1，x_2 を求めたい．以下の問に答えなさい．

(1) $f(x_1, x_2)$ を最小化する x_1，x_2 が満たす一階の最適性条件を書きなさい．ただし，この最小化問題は，制約条件の無い最適化問題として扱って良い．

(2) 定義域 $x_1 > 0$，$x_2 > 0$ の範囲内で，一階の最適性条件を満たす x_1，x_2 の値を求めなさい．

(3) (2)で求めた x_1，x_2 の値が大域的最小解であることを示したい．そのためには，定義域の範囲内で $f(x_1, x_2)$ が狭義凸関数であることを示せば良い．定義域 $x_1 > 0$，$x_2 > 0$ の範囲内で，$f(x_1, x_2)$ が狭義凸関数であることを示しなさい．

3. 2 つの地域 A と B におけるバスの利用率 p_A，p_B に差があるかどうかを統計的に調べたい．今，地域 A から n_A 人，地域 B から n_B 人の標本を無作為抽出し，普段の生活におけるバス利用の有無（利用有：1，利用無：0）についてヒアリング調査を行った．地域 A と B におけるバス利用「有」の回答者数をそれぞれ x_A，x_B 人とする．このとき，次の問に答えなさい. なお 2 地域は十分に離れており, 両地域の利用率は無相関であるとする.

(1) 地域 A における標本比率（利用率の標本推定値） $\hat{p}_A$ の平均と分散を求めなさい.

(2) 地域 A と地域 B の標本比率の差 $\hat{p}_A - \hat{p}_B$ の平均と分散を求めなさい.

(3) n_A, n_B はそれぞれ十分に大きく, 標本比率の差は近似的に正規分布に従うと仮定する. このとき, 「地域 A と地域 B の利用率に差はない」という帰無仮説を検定したい.

a) 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を設定しなさい.

b) a) の帰無仮説が正しいと仮定したとき，標準正規分布 $N(0,1)$ に従う検定統計量 z を示しなさい．ただし，帰無仮説が正しいときの A，B 両地域の利用率を p として，それを検定統計量に含めること.

c) b) の検定統計量において実際には p は未知であり z が計算できない．帰無仮説検定を実行するために，どのような方法が考えられるか，説明しなさい.

4. 母集団において$Y=\alpha+\beta X+\varepsilon$，$\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$ という確率変数 Y，X 間の単回帰関係が成り立つとする．ここで，α，β は未知のパラメータ，σ^2 は既知の分散である．今，母集団から n 個の標本$\{(y_1,x_1),(y_2,x_2),\cdots,(y_n,x_n)\}$が得られており，この標本を用いて$\alpha$と$\beta$を通常の最小二乗法により推定する．$\alpha$ と β の最小二乗推定値をそれぞれ a，b とおき，i 番目の標本の（回帰）残差を e_i とおくとき，次の問に答えなさい．

(1) a, b を最小二乗法で求めるために最小化したい目的関数 U を定義しなさい.

(2) U の最小化における一階条件から，残差の総和がゼロとなることを示しなさい.

(3) 帰無仮説 $\beta=0$ を検定するための検定統計量とそれが従う分布を示しなさい.

［土木計画学　最終ページ］